I läroboken Franzén/Lundgren ELKRAFTTEKNIK sid 12 förekommer mindre fel i härledningen av aktiv effekt. Här är en korrekt härledning:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi) \cdot \hat{J} \sin(\omega t)$$

DÄR φ ÄR VINKELN MELLAN SPÄNNINGEN u OCH STRÖMMEN i

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)\, dt =$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U} \sin(\omega t + \varphi)\, \hat{J} \sin(\omega t)\, dt =$$

$$= \left| \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \right| =$$

$$= \frac{\hat{U}\hat{J}\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left(\cos(\omega t) \sin\varphi + \sin(\omega t)\cos\varphi \right) \sin(\omega t)\, dt =$$

$$= \frac{\hat{U}\hat{J}\omega}{2\pi} \sin\varphi \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin(\omega t)\cos(\omega t)\, dt +$$

$$+ \frac{\hat{U}\hat{J}\omega}{2\pi} \cos\varphi \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin^2(\omega t)\, dt =$$

$$= \left| \begin{array}{l} \sin(\omega t)\cos(\omega t) = \dfrac{\sin(2\omega t)}{2} \\[2ex] \sin^2(\omega t) = \dfrac{1 - \cos(2\omega t)}{2} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{\hat{U}\hat{J}w}{4\pi} \sin\varphi \int_0^{\frac{2\pi}{w}} \sin(2wt)\,dt \; +$$

$$+ \frac{\hat{U}\hat{J}w}{4\pi} \cos\varphi \int_0^{\frac{2\pi}{w}} 1\,dt \; -$$

$$- \frac{\hat{U}\hat{J}w}{4\pi} \cos\varphi \int_0^{\frac{2\pi}{w}} \cos(2wt)\,dt \; =$$

$$= \frac{\hat{U}\hat{J}w}{4\pi} \sin\varphi \left[\frac{-\cos(2wt)}{2w} \right]_0^{\frac{2\pi}{w}} \; +$$

$$+ \frac{\hat{U}\hat{J}w}{4\pi} \cos\varphi \left[t \right]_0^{\frac{2\pi}{w}} \; -$$

$$- \frac{\hat{U}\hat{J}w}{4\pi} \cos\varphi \left[\frac{\sin(2wt)}{2w} \right]_0^{\frac{2\pi}{w}} \; =$$

$$= \frac{\hat{U}\hat{J}w}{4\pi} \sin\varphi \left[-\frac{1}{2w} + \frac{1}{2w} \right] \; +$$

$$+ \frac{\hat{U}\hat{J}w}{4\pi} \cos\varphi \left[\frac{2\pi}{w} - 0 \right] \; -$$

$$- \frac{\hat{U}\hat{J}w}{4\pi} \cos\varphi \left[0 - 0 \right] = \frac{\hat{U}\hat{J}}{2} \cos\varphi$$

$$= \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{J}}{\sqrt{2}} \cdot \cos\varphi = UJ\cos\varphi$$

Additionsformlerna:

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$$\cos x \sin y + \sin x \cos y =$$

$$= \frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\cdot\frac{e^{iy}-e^{-iy}}{i2} - \frac{e^{ix}-e^{-ix}}{i2}\cdot\frac{e^{iy}+e^{-iy}}{2} =$$

$$= \frac{(e^{ix}+e^{-ix})(e^{iy}-e^{-iy}) + (e^{ix}-e^{-ix})(e^{iy}+e^{-iy})}{i4} =$$

$$= \frac{e^{ix}e^{iy} - \cancel{e^{ix}e^{-iy}} + \cancel{e^{-ix}\cdot e^{iy}} - e^{-ix}\cdot e^{-iy} +}{i4} \; - - - - -$$

$$+ \; - - - - \; \underline{e^{ix}e^{iy} + \cancel{e^{ix}\cdot e^{-iy}} - \cancel{e^{-ix}\cdot e^{iy}} - e^{-ix}\cdot e^{-iy}}$$

$$= \frac{2e^{i(x+y)} - 2e^{-i(x+y)}}{i4} = \frac{e^{i(x+y)} - e^{-i(x+y)}}{i2} =$$

$$= \sin(x+y)$$